

Тамбов 2018

Пояснительная записка

Дополнительная общеразвивающая программа «Комплексная подготовка к ЕГЭ по математике» разработана на основании «Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по дополнительным общеобразовательным программам» (утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 29 августа 2013 г. № 1008) в соответствии с требованиями федерального компонента государственного стандарта среднего общего образования.

Нормативная база для разработки дополнительных образовательных программ:

1. Федеральный Закон от 29.12.2012 № 273-ФЗ «Об образовании в РФ».
2. Распоряжение Правительства РФ от 4 сентября 2014 г. № 1726-р «Об утверждении Концепции развития дополнительного образования детей».
3. Постановление Главного государственного санитарного врача РФ от 04.07.2014 № 41 «Об утверждении СанПиН 2.4.4.3172-14 «Санитарно-эпидемиологические требования к устройству, содержанию и организации режима работы образовательных организаций дополнительного образования детей».
4. Письмо Минобрнауки России от 11.12.2006 г. № 06-1844 «О примерных требованиях к программам дополнительного образования детей».
5. Приказ Министерства образования и науки Российской Федерации (Минобрнауки России) от 29 августа 2013 г. № 1008 г. Москва «Об утверждении Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по дополнительным общеобразовательным программам».

Цели и задачи обучения:

1. Формирование представлений об идеях и методах математики, о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов.
2. Овладение устным и письменным математическим языком, математическими знаниями и умениями, необходимыми для изучения школьных естественнонаучных дисциплин, для продолжения образования и освоения избранной специальности на современном уровне.
3. Развитие логического мышления, алгоритмической культуры, пространственного воображения, развития математического мышления и интуиции, творческих способностей на уровне, необходимом для продолжения образования и для самостоятельной деятельности в области математики и ее приложений в будущей профессиональной деятельности.
4. Воспитание средствами математики культуры личности: знакомство с

историей развития математики, эволюцией математических идей, понимание значимости математики для общественного прогресса.

5. Систематизация сведений о числах; формирование представлений о расширении числовых множеств от натуральных до комплексных как способ построения нового математического аппарата для решения задач окружающего мира и внутренних задач математики; совершенствование техники вычислений.
6. Развитие и совершенствование техники алгебраических преобразований, решения уравнений, неравенств, систем.
7. Систематизация и расширение сведений о функциях, совершенствование графических умений.
8. Знакомство с основными идеями и методами математического анализа в объёме, позволяющем исследовать элементарные функции и решать простейшие геометрические и другие прикладные задачи.
9. Развитие представлений о вероятностно-статистических закономерностях в окружающем мире.
10. Совершенствование математического развития до уровня, позволяющего свободно применять изученные факты и методы при решении задач из различных разделов курса, а также использовать их в нестандартных ситуациях.
11. Формирование способности строить и исследовать простейшие математические модели при решении прикладных задач, задач из смежных дисциплин, углубление знаний об особенностях применения математических методов к исследованию процессов и явлений в природе и обществе.

Обучение по дополнительной общеразвивающей программе «Комплексная подготовка к ЕГЭ по математике» **направлено на:**

- удовлетворение индивидуальных потребностей слушателей в интеллектуальном, художественно-эстетическом, нравственном и интеллектуальном развитии;
- выявление, развитие и поддержку талантливых обучающихся, а также лиц, проявивших выдающиеся способности;
- профессиональную ориентацию слушателей;
- социализацию и адаптацию обучающихся к жизни в обществе;
- формирование общей культуры учащихся;
- удовлетворение иных образовательных потребностей и интересов учащихся, не противоречащих законодательству Российской Федерации, осуществляемых за пределами федеральных государственных образовательных стандартов и федеральных государственных требований.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен **знать:**

- значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; широту и ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе;
- значение практики и вопросов, возникающих в самой математике, для формирования и развития математической науки;
- идеи расширения числовых множеств как способа построения нового математического аппарата для решения практических задач и внутренних задач математики;
- значение идей, методов и результатов алгебры и математического анализа для построения моделей реальных процессов и ситуаций;
- универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость в различных областях человеческой деятельности;
- различие требований, предъявляемых к доказательствам в математике, естественных, социально-экономических и гуманитарных науках, на практике;
- вероятностный характер различных процессов и закономерностей окружающего мира.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен **уметь:**

- выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы, применение вычислительных устройств; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма, пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах;
- применять понятия, связанные с делимостью целых чисел, при решении математических задач;
- находить корни многочленов с одной переменной, раскладывать многочлены на множители;
- выполнять действия с комплексными числами, пользоваться геометрической интерпретацией комплексных чисел, в простейших случаях находить комплексные корни уравнений с действительными коэффициентами;
- проводить преобразования числовых и буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции; использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для практических расчетов по формулам, содержащим степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции, при

необходимости используя справочные материалы и простейшие вычислительные устройства;

- определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции;
- строить графики изученных функций, выполнять преобразования графиков;
- описывать по графику и по формуле поведение и свойства функций; решать уравнения, системы уравнений, неравенства, используя свойства функций и их графические представления;
- находить сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии;
- вычислять производные и первообразные элементарных функций, применяя правила вычисления производных, используя справочные материалы;
- исследовать функции и строить их графики с помощью производной;
- решать задачи с применением уравнения касательной к графику функции; решать задачи на нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке;
- вычислять площадь криволинейной трапеции, использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для решения геометрических, физических, экономических и других прикладных задач, в том числе задач на наибольшие и наименьшие значения с применением аппарата математического анализа;
- решать рациональные, показательные и логарифмические уравнения и неравенства, иррациональные и тригонометрические уравнения, их системы;
- доказывать несложные неравенства; решать текстовые задачи с помощью составления уравнений и неравенств, интерпретируя результат с учетом ограничений на условия задачи;
- изображать на координатной плоскости множества решений уравнений и неравенств с двумя переменными и их систем; находить приближенные решения уравнений и их систем, используя графический метод;
- решать уравнения, неравенства и системы с применением графических представлений, свойств функций, производной; использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для построения и исследования простейших математических моделей;
- решать простейшие комбинаторные задачи методом перебора, а также с использованием известных формул, треугольника Паскаля; вычислять коэффициенты бинома Ньютона по формуле и с использованием треугольника Паскаля;

- вычислять, в простейших случаях, вероятности событий на основе подсчета числа исходов;
- соотносить плоские геометрические фигуры и трехмерные объекты с их описаниями, чертежами, изображениями; различать и анализировать взаимное расположение фигур;
- изображать геометрические фигуры и тела, выполнять чертеж по условию задачи;
- решать геометрические задачи, опираясь на изученные свойства планиметрических и стереометрических фигур и отношений между ними, применяя алгебраический и тригонометрический аппарат;
- проводить доказательные рассуждения при решении задач, доказывать основные теоремы курса;
- вычислять линейные элементы и углы в пространственных конфигурациях, площади поверхностей пространственных тел и их простейших комбинаций;
- применять координатно-векторный метод для вычисления отношений, расстояний и углов; строить сечения многогранников и изображать сечения тел вращения.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен **владеть:**

- приобретёнными знаниями и умениями в практической деятельности для решения различных задач открытого банка заданий ЕГЭ.

Процесс обучения предполагает освоение теоретического учебного материала, выработку и (или) совершенствование практических навыков.

Формы работы: практические аудиторные занятия, самостоятельная работа.

При **самостоятельной работе** обучающиеся пользуются учебными и учебно-методическими пособиями из списка литературы, материалами интернет-сайтов.

Контроль за качеством усвоения учебного материала осуществляется посредством промежуточной аттестации, а также по итогам отдельных разделов, тем.

Формы промежуточного контроля: тестирование.

Форма итоговой аттестации: итоговое тестирование.

Условия реализации программы для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья: индивидуальный подход к слушателям курсов (возможно использование компьютерных технологий).

УЧЕБНО-ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН

№ п/п	Наименование тем	Объем часов
1.	Тема 1. Простейшие текстовые задачи	2
2.	Тема 2. Чтение графиков и диаграмм	2
3.	Тема 3. Планиметрия: вычисление длин и площадей	2
4.	Тема 4. Начала теории вероятностей	2
5.	Тема 5. Простейшие уравнения	2
6.	Тема 6. Планиметрия: задачи, связанные с углами	4
7.	Тема 7. Производная и первообразная	4
8.	Тема 8. Стереометрия	4
9.	Тема 9. Вычисления и преобразования	4
10.	Тема 10. Задачи с прикладным содержанием	4
11.	Тема 11. Текстовые задачи	4
12.	Тема 12. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функций	4
13.	Тема 13. Уравнения, системы уравнений	4
14.	Тема 14. Неравенства	4
15.	Тема 15. Уравнения, неравенства, системы с параметром	4
16.	Тема 16. Числа и их свойства	6
	Итого	56

КАЛЕНДАРНЫЙ УЧЕБНЫЙ ГРАФИК

[illegible]

задачи																		2	2										
Нахождение наибольшего и наименьшего значений функций																													
Уравнения, системы уравнений																				2	2								
Неравенства																						2	2						
Уравнения, неравенства, системы с параметром																								2	2				
Числа и их свойства																										2	2	2	

СОДЕРЖАНИЕ ТЕМ КУРСА

1. ПРОСТЕЙШИЕ ТЕКСТОВЫЕ ЗАДАЧИ

Решение задач на умение строить и исследовать простейшие математические модели. Решение текстовых задач. Нахождение процентов. Округление с недостатком. Округление с избытком.

2. ЧТЕНИЕ ГРАФИКОВ И ДИАГРАММ

Определение величины по графику. Определение величины по диаграмме. Вычисление величин по графику или диаграмме.

3. ПЛАНИМЕТРИЯ: ВЫЧИСЛЕНИЕ ДЛИН И ПЛОЩАДЕЙ

Треугольник, параллелограмм, прямоугольник, квадрат, ромб, трапеция, окружность и круг; окружность, вписанная в треугольник, окружность, описанная около треугольника. Многоугольник.

4. НАЧАЛА ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Классическое определение вероятности. Частота и вероятность события. Теорема сложения вероятностей. Теорема умножения вероятностей.

5. ПРОСТЕЙШИЕ УРАВНЕНИЯ

Линейные, квадратные, рационально алгебраические, с модулем уравнения и неравенства. Теорема Виета. Метод интервалов.

Иррациональные уравнения и неравенства. Показательные уравнения и неравенства. Логарифмические уравнения и неравенства. Тригонометрические уравнения. Простейшие системы уравнений с двумя неизвестными. Основные приемы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных. Использование свойств и графиков функций при решении уравнений и неравенств.

6. ПЛАНИМЕТРИЯ: ЗАДАЧИ, СВЯЗАННЫЕ С УГЛАМИ

Сумма углов выпуклого многоугольника. Правильные многоугольники. Вписанные и описанные окружности правильного многоугольника. Решение задач на выполнение действий с геометрическими фигурами.

7. ПРОИЗВОДНАЯ И ПЕРВООБРАЗНАЯ

Понятие производной функции, геометрический и физический смысл производной. Уравнение касательной к графику функции. Производные суммы, разности, произведения, частного, сложной функции. Производные основных

элементарных функций.

Первообразные элементарных функций. Площадь криволинейной трапеции.

8. СТЕРЕОМЕТРИЯ

Угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями, двухгранный угол, угол между скрещивающимися прямыми.

Многогранники: призма, параллелепипед, куб, пирамида, правильные многогранники (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр). Вычисление площадей поверхности и объемов многогранника.

Тела и поверхности вращения: цилиндр, конус, шар, сфера, их сечения. Вычисление площадей поверхности и объемов тел вращения.

9. ВЫЧИСЛЕНИЯ И ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

Числа (натуральные, целые, рациональные, иррациональные, действительные числа). Дроби, проценты, модуль действительного числа. Степень с целым показателем и ее свойства. Арифметический корень и его свойства. Степень с рациональным показателем и ее свойства. Свойства степени с действительным показателем. Тождественные преобразования рациональных, иррациональных и степенных выражений. Арифметическая и геометрическая прогрессии.

Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла. Радианная мера угла. Синус, косинус, тангенс и котангенс числа. Основные тригонометрические тождества. Формулы приведения, сложения, двойного угла, понижения степени. Формулы суммы и разности одноименных тригонометрических функций. Тождественные преобразования тригонометрических выражений.

Логарифм числа. Логарифм произведения, частного, степени. Десятичный и натуральный логарифмы, число e . Тождественные преобразования логарифмических выражений.

10. ЗАДАЧИ С ПРИКЛАДНЫМ СОДЕРЖАНИЕМ

Линейные уравнения и неравенства. Квадратные и степенные уравнения и неравенства. Рациональные уравнения и неравенства. Иррациональные уравнения и неравенства. Показательные уравнения и неравенства. Логарифмические уравнения и неравенства. Тригонометрические уравнения и неравенства. Разные задачи.

11. ТЕКСТОВЫЕ ЗАДАЧИ

Задачи на проценты, сплавы и смеси. Задачи на движение по прямой. Задачи на движение по окружности. Задачи на движение по воде. Задачи на совместную работу. Задачи на прогрессии.

12. НАХОЖДЕНИЕ НАИБОЛЬШЕГО И НАИМЕНЬШЕГО ЗНАЧЕНИЙ ФУНКЦИЙ

Применение производной к исследованию функций на монотонность, экстремумы и построению графиков. Наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке.

13. УРАВНЕНИЯ, СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ

Логарифмические и показательные уравнения. Тригонометрические уравнения. Тригонометрические уравнения, исследование ОДЗ. Уравнения смешанного типа.

14. НЕРАВЕНСТВА

Рациональные неравенства. Иррациональные неравенства. Показательные неравенства. Логарифмические неравенства. Неравенства с логарифмами по переменному основанию. Неравенства с модулем. Смешанные неравенства.

15. УРАВНЕНИЯ, НЕРАВЕНСТВА, СИСТЕМЫ С ПАРАМЕТРОМ

Понятие параметра. Аналитические и графические приемы решения задач с параметрами. Функции с параметром. Уравнения с параметром. Неравенства с параметром. Системы с параметром.

16. ЧИСЛА И ИХ СВОЙСТВА

Числовые наборы на карточках и досках. Числа и их свойства. Последовательности и прогрессии. Сюжетные задачи: кино, театр, мотки верёвки.

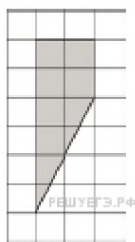
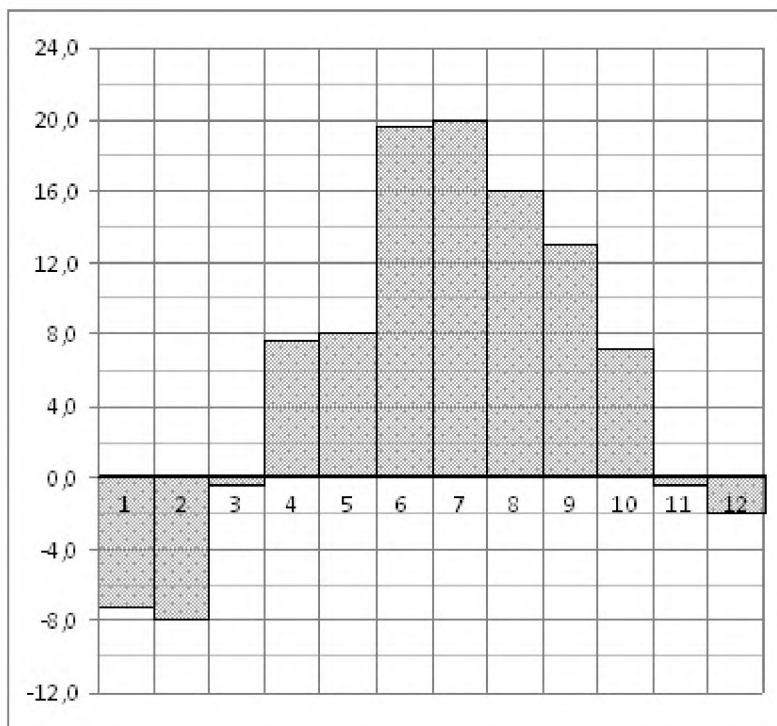
ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА

Типовые варианты проверочных работ по основным разделам курса

1. Магазин закупает цветочные горшки по оптовой цене 100 рублей за штуку и продает с наценкой 30%. Какое наибольшее число таких горшков можно купить в этом магазине на 1200 рублей?

2. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Санкт-

Петербурге за каждый месяц 1999 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали - температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме наибольшую среднемесячную температуру в период с января по май 1999 года. Ответ дайте в градусах Цельсия.

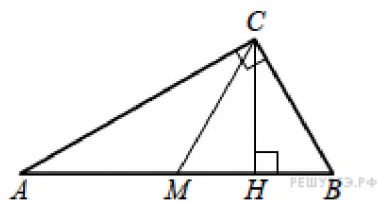


3.

На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена трапеция. Найдите её площадь.

4. В сборнике билетов по физике всего 25 билетов, в 11 из них встречается вопрос по теме "Термодинамика". Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по теме "Термодинамика".

5. Найдите корень уравнения: $x^2 - 17x + 72 = 0$. Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.



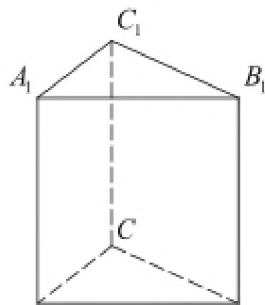
6.

Острый угол B прямоугольного треугольника ABC равен 69° . Найдите угол

между высотой CH и медианой CM , проведёнными из вершины прямого угла C .
 Ответ дайте в градусах.

7.

Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = t^2 - 3t - 29$ (где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения). Найдите ее скорость (в м/с) в момент времени $t = 3$ с.



8. Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки B, A_1, B_1, C_1 правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$, площадь основания которой равна 9, а боковое ребро равно 8.

9.

$$\left(\frac{5^{\frac{1}{2}} \cdot 5^{\frac{1}{3}}}{\sqrt[6]{5}} \right)^3.$$

Найдите значение выражения

10.

Два тела массой $m = 2$ кг каждое, движутся с одинаковой скоростью $v = 10$ м/с под углом 2α друг к другу. Энергия (в джоулях), выделяющаяся при их абсолютно неупругом соударении определяется выражением $Q = mv^2 \sin^2 \alpha$.
 Под каким наименьшим углом 2α (в градусах) должны двигаться тела, чтобы в результате соударения выделилось не менее 100 джоулей?

11. Один мастер может выполнить заказ за 12 часов, а другой — за 6 часов. За сколько часов выполнят заказ оба мастера, работая вместе?

12.

Найдите наименьшее значение функции $y = 6 \cos x + \frac{21}{\pi} x - 10$ на отрезке $\left[-\frac{2\pi}{3}; 0\right]$.

13. а) Решите уравнение $12^{\sin x} = 4^{\sin x} \cdot 3^{-\sqrt{3} \cos x}$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}, 4\pi\right]$.

14. Прямоугольник $ABCD$ и цилиндр расположены таким образом, что AB —

диаметр верхнего основания цилиндра, а CD лежит в плоскости нижнего основания и касается его окружности, при этом плоскость прямоугольника наклонена к плоскости основания цилиндра под углом 60° .

а) Докажите, что $ABCD$ — квадрат.

б) Найдите длину той части отрезка BD , которая находится снаружи цилиндра, если радиус цилиндра равен $\sqrt{2}$.

15. Решите неравенство $\log_2 \frac{8}{x} - \frac{10}{\log_2 16x} \geq 0$.

16. Медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Точки A_2 , B_2 и C_2 — середины отрезков MA , MB и MC соответственно.

а) Докажите, что площадь шестиугольника $A_1B_2C_1A_2B_1C_2$ вдвое меньше площади треугольника ABC .

б) Найдите сумму квадратов всех сторон этого шестиугольника, если известно, что $AB = 4$, $BC = 7$ и $AC = 8$.

17. У фермера есть два поля, каждое площадью 8 гектаров. На каждом поле можно выращивать картофель и свёклу, поля можно делить между этими культурами в любой пропорции. Урожайность картофеля на первом поле составляет 350 ц/га, а на втором — 200 ц/га. Урожайность свёклы на первом поле составляет 250 ц/га, а на втором — 300 ц/га. Фермер может продавать картофель по цене 2500 руб. за центнер, а свёклу — по цене 3000 руб. за центнер. Какой наибольший доход может получить фермер?

18. Найдите все значения a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} yx^2 + y^2 = 2y + 63 - 7x^2, \\ x \geq -3, \\ x + y = a \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

19. Известно, что a , b , c и d — попарно различные положительные двузначные числа.

а) Может ли выполняться равенство $\frac{a+c}{b+d} = \frac{8}{25}$?

б) Может ли дробь $\frac{a+c}{b+d}$ быть в 11 раз меньше, чем значение выражения $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$?

в) Какое наименьшее значение может принимать дробь $\frac{a+c}{b+d}$, если $a > 5b$ и $c > 6d$?

Вопросы для самостоятельной работы

1. Тригонометрические формулы двойного угла и половинного угла.
2. Тригонометрические формулы преобразования суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму.
3. Общие формулы для решения простейших тригонометрических уравнений.
4. Формулы для решения простейших тригонометрических уравнений (частные случаи).

5. Определение комплексного числа. Арифметические действия с комплексными числами.

6. Тригонометрическая форма записи комплексного числа.

Геометрическая интерпретация.

7. Теоремы о пределах последовательностей.

8. Определение производной функции, её физический смысл.

9. Формулы производных основных элементарных функций.

10. Правила дифференцирования.

11. Правило вычисления производной сложной функции.

12. Формулы производных обратных функций.

13. Геометрический смысл производной. Графическая иллюстрация.

Уравнение касательной к графику функции.

14. Необходимое и достаточное условие возрастания (убывания).

Необходимое и достаточное условие максимума (минимума) функции.

15. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке.

16. Формулы числа перестановок, сочетаний, размещений.

17. Формула бинома Ньютона. Треугольник Паскаля.

18. Классическое определение вероятности случайного события.

Вероятность суммы несовместных событий.

19. Понятие двугранного угла и линейного угла, которым он измеряется

20. Определение перпендикулярных плоскостей. Условие перпендикулярности двух плоскостей.

21. Определение прямой и наклонной призмы. Их элементы (вершины, рёбра, диагонали, грани, основания и боковая поверхность.)

22. Пирамида. Виды пирамид. Их элементы (вершины, рёбра, диагонали, грани, основания и боковая поверхность.)

23. Определение вектора, нулевого и единичного векторов. Свойства векторов.

24. Определение равных векторов и противоположных векторов.

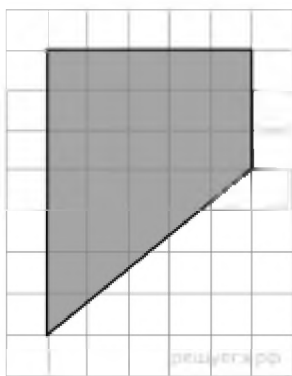
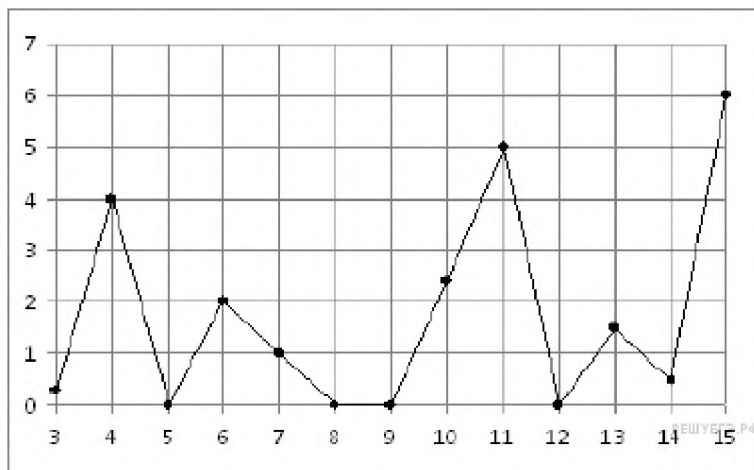
Действия с векторами.

25. Определение коллинеарных и компланарных векторов. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам.

Образец тренировочных заданий

1. Пачка сливочного масла стоит 60 рублей. Пенсионерам магазин делает скидку 5%. Сколько рублей стоит пачка масла для пенсионера?

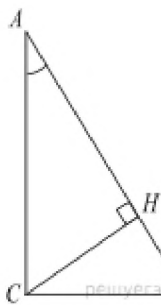
2. На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Казани с 3 по 15 февраля 1909 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа впервые выпало 5 миллиметров осадков.



3. Найдите площадь трапеции, изображенной на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см $\times$ 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

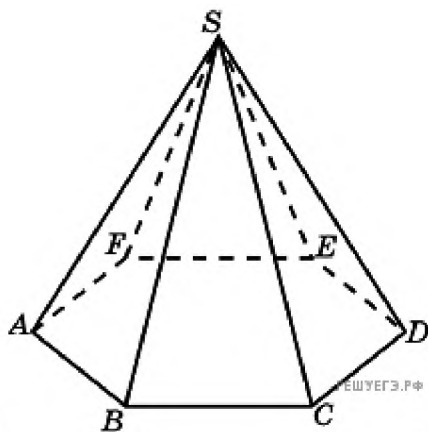
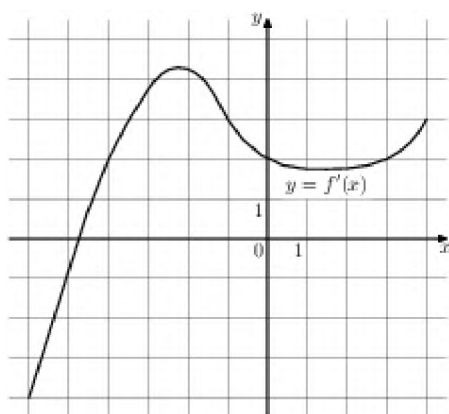
4. На конференцию приехали 6 ученых из Швейцарии, 3 из Болгарии и 6 из Австрии. Каждый из них делает на конференции один доклад. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что третьим окажется доклад ученого из Болгарии.

5. Найдите корень уравнения $\log_6(8 - x) = \log_6 3$.



6. В треугольнике ABC угол C равен 90° , высота CH равна 4, $BC = 8$. Найдите $\cos A$.

7. На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$. Найдите наименьшую абсциссу точки, в которой касательная к графику $y = f(x)$ параллельна прямой $y = 2x - 8$ или совпадает с ней.



8. В правильной шестиугольной пирамиде боковое ребро равно 17, а сторона основания равна 8. Найдите высоту пирамиды.

9.

Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{m}}{\sqrt[42]{m} \cdot \sqrt[7]{m}}$ при $m = 125$.

10. Камнемётательная машина выстреливает камни под некоторым острым углом к горизонту. Траектория полета камня описывается формулой $y = ax^2 + bx$, где $a = -\frac{1}{100} \text{ м}^{-1}$, $b = 1$ — постоянные параметры, $x(\text{м})$

– смещение камня по горизонтали, $y^{(м)}$ – высота камня над землей. На каком наибольшем расстоянии (в метрах) от крепостной стены высотой 8 м нужно расположить машину, чтобы камни пролетали над стеной на высоте не менее 1 метра?

11. Из пункта A в пункт B одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью, меньшей скорости первого на 13 км/ч, а вторую половину пути — со скоростью 78 км/ч, в результате чего прибыл в пункт B одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля, если известно, что она больше 48 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

12. Найдите наименьшее значение функции $y = 5 \operatorname{tg} x - 5x + 6$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$.

13. а) Решите уравнение $(\operatorname{tg}^2 x - 1)\sqrt{13 \cos x} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

14. В одном основании прямого кругового цилиндра с высотой 12 и радиусом основания 6 проведена хорда AB , равная радиусу основания, а в другом его основании проведён диаметр CD , перпендикулярный AB . Построено сечение $ABNM$, проходящее через прямую AB перпендикулярно прямой CD так, что точка C и центр основания цилиндра, в котором проведён диаметр CD , лежат с одной стороны от сечения.

а) Докажите, что диагонали этого сечения равны между собой.

б) Найдите объём пирамиды $CABNM$.

15. Решите неравенство: $9^x - 36 \cdot 3^x + 243 \leq 0$.

16. Две окружности касаются внутренним образом в точке A , причём меньшая окружность проходит через центр O большей. Диаметр BC большей окружности вторично пересекает меньшую окружность в точке M , отличной от A . Лучи AO и AM вторично пересекают большую окружность в точках P и Q соответственно. Точка C лежит на дуге AQ большей окружности, не содержащей точку P .

а) Докажите, что прямые PQ и BC параллельны.

$$\sin \angle AOC = \frac{\sqrt{15}}{4}.$$

б) Известно, что Прямые PC и AQ пересекаются в точке K . Найдите отношение $QK : KA$.

17. Вклад в размере 10 млн рублей планируется открыть на четыре года. В конце каждого года вклад увеличивается на 10% по сравнению с его размером в

начале года, а, кроме этого, в начале третьего года и четвёртого годов вклад ежегодно пополняется на одну и ту же фиксированную сумму, равную целому числу миллионов рублей. Найдите наименьший возможный размер такой суммы, при котором через четыре года вклад станет не меньше 30 млн рублей.

18. Определите все значения параметра a при каждом из которых система

$$\begin{cases} 4^x - 2^{x+1} = a + 3, \\ \log_2(3 - x) \geq a + 4 \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

19. Пусть q — наименьшее общее кратное, а d — наибольший общий делитель

натуральных чисел x и y , удовлетворяющих равенству $3x = 8y - 29$.

а) Может ли $\frac{q}{d}$ быть равным 170?

б) Может ли $\frac{q}{d}$ быть равным 2?

в) Найдите наименьшее значение $\frac{q}{d}$.

ЛИТЕРАТУРА

Основная

1. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс. В 2 ч. Ч. 1. Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений (профильный уровень) / А.Г. Мордкович, П.В. Семенов. – М.: Мнемозина, 2016
2. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс. В 2 ч. Ч. 2. Задачник для учащихся общеобразовательных учреждений (профильный уровень) / [А.Г. Мордкович и др.]; под ред. А.Г. Мордковича. М.: Мнемозина, 2016.
3. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс. В 2 ч. Ч. 1. Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений (профильный уровень) / А.Г. Мордкович, П.В. Семенов. – М.: Мнемозина, 2016.
4. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс. В 2 ч. Ч. 2. Задачник для учащихся общеобразовательных учреждений (профильный уровень) / [А.Г. Мордкович и др.]; под ред. А.Г. Мордковича. – М.: Мнемозина, 2016.
5. Л. С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев. Л. С. Киселева, Э. Г. Позняк Геометрия, 10 – 11: Учеб. для общеобразоват. учреждений: базовый и профильный уровни – М.: Просвещение, 2016.

Дополнительная

1. Мордкович А.Г. Алгебра и начала математического анализа. 10 – 11 классы. В 2 ч. Ч. 1. Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений (базовый уровень) / А.Г. Мордкович. – 13-е изд., стер. – М.: Мнемозина. 2015.
2. Мордкович А.Г. и др. Алгебра и начала математического анализа. 10 – 11 классы. В 2 ч. Ч. 2. Задачник для учащихся общеобразовательных учреждений (базовый уровень) / [А.Г. Мордкович. и др.]; под ред. А.Г. Мордковича. – 13-е изд., стер. – М.: Мнемозина. 2015.
3. Глизбург В.И. Алгебра и начала математического анализа. 10 кл. Контрольные работы для учащихся общеобразовательных учреждений (базовый уровень) / В.И. Глизбург; под ред. Мордковича. – М.: Мнемозина, 2014.
4. Глизбург В.И. Алгебра и начала математического анализа. 11 кл. Контрольные работы для учащихся общеобразовательных учреждений (базовый уровень) / В.И. Глизбург; под ред. Мордковича. – М.: Мнемозина, 2014.

5. Алгебра и начала анализа. Дидактические материалы. 10 класс/ [М.И. Шабунин, М.И. Ткачёва, Н.Е. Фёдорова, О.Н. Доброва] . – 4-е изд. – М.: Просвещение, 2015.

6. Александрова Л.А. Алгебра и начала математического анализа. 10 кл. (базовый уровень) Самостоятельные работы: Учеб пособие для учащихся общеобразоват. учреждений / под ред. А.Г. Мордковича, - 7-е изд., стер. – М.:Мнемозина, 2014,

7. Александрова Л.А. Алгебра и начала математического анализа. 11 кл. Самостоятельные работы: Учеб. пособие для общеобразоват. Учреждений / под ред. А.Г. Мордковича, - 4-е изд., исп. доп. – М.:Мнемозина, 2015,

8. Бурмистрова Т.А. Геометрия. 10 - 11 классы. Программы общеобразовательных учреждений. - М., «Просвещение», 2015.

9. Дорофеев Г. В. и др. Оценка качества подготовки выпускников средней школы по математике. - М., «Дрофа», 2015.

10. Александров А.Д., Вернер А.Л., Геометрия (профильный уровень). 10-11 класс – М., Просвещение. 2016.

11. А.П. Ершова, В.В. Голобородько Самостоятельные и контрольные работы по алгебре и началам анализа для 10 – 11 кл. (разноуровневые дидактические материалы) / М.: Илекса, 2014.

12. Зив Б.Г. Геометрия: дидакт. материалы для 10 кл. /Б.Г. Зив. – 9-е изд. – М.: Просвещение, 2015.

13. Б.Г. Зив Дидактические. материалы по геометрии для 11 кл. / М.: Просвещение, 2014.

14. С.М. Саакян, В.Ф. Бутусов Изучение геометрии в 10 – 11 кл: методические рекомендации к учебнику. Книга для учителя / М.: Просвещение, 2014.

Интернет-источники

1. <https://www.desmos.com/calculator>
2. <https://ege.sdamgia.ru>